

**Билет №1**

1. (5 баллов) Дайте определения следующих понятий: *линейно независимая система векторов, ортогональный оператор*. Приведите иллюстрирующие эти понятия примеры.

2. (5 баллов) Приведите пример двумерного подпространства в пространстве  $\mathbb{R}^3$ , инвариантного относительно действия оператора  $\varphi(x) = -x$ .

3. (5 баллов) Продолжите фразу двумя способами так, чтобы получилось верное утверждение «Система из  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными имеет единственное решение тогда и только тогда, когда ...».

4. (5 баллов)  $E^3$  — трехмерное евклидово пространство. Собственные значения линейного оператора  $\varphi : E^3 \rightarrow E^3$  равны 1,  $-1$  и 2. Верно ли, что оператор диагонализуем в некотором ортогональном базисе?

5. (10 баллов) Расскажите о приведении квадратичных форм над полем  $R$  к нормальному виду. Сформулируйте и докажите закон инерции для квадратичных форм.

6. (5 баллов) Постройте базис ортогонального дополнения подпространства  $L = \text{Lin}(a_1, a_2)$  в  $\mathbb{R}^4$ , где  $a_1 = (1, 0, -2, 3)$ ,  $a_2 = (2, -1, 2, 1)$ .

7. (5 баллов) Найдите матрицу, обратную к матрице  $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ .

Утверждено на заседании кафедры ТФФА, протокол №7 от 17.04.2012.

Зав. кафедрой

(С.Ю. Фаворов) Экзаменатор

(Л.Ю. Полякова)

---