

1. Множества. Отношения

1. Доказать тождество методом математической индукции ($n \in \mathbb{N}$):
$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}$$
2. Решить уравнение: $A_n^4 : (A_{n+1}^3 - C_n^{n-4}) = \frac{24}{23}$
3. а) Построить диаграмму Эйлера-Венна множества $(A \cap B) \cup C$;
б) Пусть A – множество студентов университета, увлекающихся алгеброй, B – баскетболом, а C – кино. Описать словами множество из пункта а).
4. Построить взаимно однозначное соответствие между множествами $[0; 1]$ и $(3, 8)$
5. $A = \mathbb{R}$, $xRy \Leftrightarrow x \geq 0, x \geq y$
Является ли отношение R на множестве A рефлексивным? Симметричным? Транзитивным? Отношением эквивалентности?
6. Найти остаток при делении на 7 числа 2012^2012 .
7. Построить диаграмму Хассе множества делителей числа 36, упорядоченного по делимости. Указать минимальные, максимальные элементы.
8. Доказать тождество $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$.

9. Является ли отображение $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, где $f(n) = n^2 - n$, инъективным? Сюръективным? Биективным?

2. Основы мат логики и теории алгоритмов

1. Для формулы $\overline{a \wedge b} \Rightarrow (a \wedge c \wedge \overline{b})$

- а) построить отрицание; б) построить таблицу истинности;
с) найти СДНФ и СКНФ.

2. Решить систему логических уравнений:

$$\begin{cases} (x \vee \overline{y}) = 0; \\ ((x \wedge y) \vee z \Leftrightarrow x) = 1. \end{cases}$$

3. С помощью равносильных преобразований показать, что формула $((x \Rightarrow \overline{y}) \Rightarrow \overline{x \Rightarrow z}) \wedge \overline{z \Rightarrow y}$ тождественно ложная.

4. Записать на языке логики предикатов следующее высказывание: "Каждое составное натуральное число представимо в виде произведения двух натуральных чисел по крайней мере двумя различными способами".

5. Привести пример интерпретации, в которой данная формула превращается в истинное высказывание: $\exists x \forall y P(x, y)$.

6. Построить машину Тьюринга, которая в заданной последовательности единичек стирает первую и последнюю, а если это невозможно сделать, выдает *.